МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВПО

**«ПСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

К а ф е д р а

“ И н ф о р м а ц и о н н ы е с и с т е м ы и т е х н о л о г и и ”

Контрольная работа

по учебной дисциплине

«ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ»

(ВАРИАНТ № 12)

Выполнил:

студент группы 1022-03

Ковалевский Р. А.

Проверил преподаватель:

Л.В.Мотайленко

Псков

2018

Оглавление

[Числовые характеристики распределения вероятностей. 3](#_Toc516318237)

[Генеральная дисперсия 3](#_Toc516318238)

[Выборочная дисперсия. 4](#_Toc516318239)

[Имитационное моделирование технических систем 6](#_Toc516318240)

[Достоинства и недостатки имитационного моделирования 6](#_Toc516318241)

[Генераторы случайных чисел 8](#_Toc516318242)

[Проверка качества квазиравномерной последовательности псевдослучайных чисел 9](#_Toc516318243)

[Проверка равномерности 10](#_Toc516318244)

[Проверка стохастичности 11](#_Toc516318245)

[Список используемой литературы: 13](#_Toc516318246)

# Числовые характеристики распределения вероятностей.

Числовыми характеристиками распределения вероятностей случайных величин, позволяющими наглядно получить представление о том или ином распределении, являются моменты и квантили.

Первым моментом случайной величины является математическое ожидание или среднее значение, которое характеризует центр распределения вероятностей.

Вторым моментом, характеризующим разброс случайной величины относительно математического ожидания, является центральный момент случайной величины, который называют дисперсией. Величина, равная корню квадратному из дисперсии, называется среднеквадратическим отклонением.

Для случайных величин, принимающих вещественные значения, используются такие характеристики, как квантили.

Квантилью Хр случайной величины, имеющей функцию распределения F(x), называется решение Хр уравнения F(x) - р, где р - заданная вероятность.

Среди квантилей чаще всего используют медиану и квартили распределения.

Медианой называется квантиль, соответствующий значению р = 0,5. Верхним квартилем называется квантиль, соответствующий значению р = 0,75, а нижним - квантиль, соответствующий значению р = 0,25.

# Генеральная дисперсия

Для того чтобы охарактеризовать рассеяние значений количественного признака Х генеральной совокупности вокруг своего среднего значения, вводят сводную характеристику — генеральную дисперсию.

Генеральной дисперсией Dг называют среднее арифметическое квадратов отклонений значений признака генеральной совокупности от их среднего значения.

Если все значения признака генеральной совокупности объема N различны, то

http://ok-t.ru/studopediaru/baza1/1076067013604.files/image064.gif

Если же значения признака имеют соответственно частоты N1, N2, …, Nk, где N1 +N2+…+Nk= N, то

http://ok-t.ru/studopediaru/baza1/1076067013604.files/image065.gif

Кроме дисперсии для характеристики рассеяния зна­чений признака генеральной совокупности вокруг своего среднего значения пользуются сводной характеристикой— средним квадратическим отклонением.

Генеральным средним квадратическим отклонением (стандартом) называют квадратный корень из генеральной дисперсии:

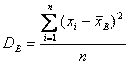
http://ok-t.ru/studopediaru/baza1/1076067013604.files/image066.gif

# Выборочная дисперсия.

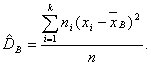
Для того, чтобы наблюдать рассеяние количественного признака значений выборки вокруг своего среднего значения, вводят сводную характеристику - выборочную дисперсию.

Выборочной дисперсией называют среднее арифметическое квадратов отклонения наблюдаемых значений признака от их среднего значения .

Если все значения признака выборки различны, то



если же все значения имеют частоты n1, n2,…,nk, то



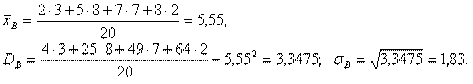
Для характеристики рассеивания значений признака выборки вокруг своего среднего значения пользуются сводной характеристикой - средним квадратическим отклонением.

Выборочным средним квадратическим отклоненим называют квадратный корень из выборочной дисперсии: http://ok-t.ru/studopediaru/baza1/1076067013604.files/image070.gif

Так же, как в теории случайных величин, можно доказать, что справедлива следующая формула для вычисления выборочной дисперсии: http://ok-t.ru/studopediaru/baza1/1076067013604.files/image071.gif.

Пример 1. Найдем числовые характеристики выборки, заданной статистическим рядом

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |



Вычисление дисперсии - выборочной или генеральной, можно упростить, используя формулу: http://ok-t.ru/studopediaru/baza1/1076067013604.files/image074.gif

Замечание: если выборка представлена интервальным вариационным рядом, то за xi принимают середины частичных интервалов

# Имитационное моделирование технических систем

***Имитационное моделирование*** есть процесс конструирования модели реальной системы и постановки экспериментов на основе этой модели с целью улучшения функционирования системы.

Под *имитацией* с использованием ЭВМ мы будем понимать численный метод проведения на вычислительных машинах экспериментов с математическими моделями, описывающих поведение сложной системы в течение продолжительного периода времени.

Принципиальное отличие имитационного эксперимента от натурного эксперимента состоит в том, что в процессе имитации эксперимент проводится с моделью реальной системы, а не с самой системой.

## 3.1. Достоинства и недостатки имитационного моделирования

Все имитационные модели представляют собой модели типа черного ящика. Поэтому для получения нужной информации или результатов необходимо задаться входными величинами и осуществить "прогон" имитационных моделей на ЭВМ, а не "решать" их. Имитационные модели не способны формировать свое собственное решение в том виде, в каком это имеет место в аналитических моделях, а могут лишь служить в качестве средства для анализа поведения системы в условиях, которые определяются экспериментом. Имитационное моделирование скорее относится не к теории, а к методологии решения проблем. И поэтому имитационное моделирование следует считать одним из методов решения сложных задач.

К имитационному моделированию прибегают обычно в тех случаях, когда:

* нельзя решить задачу аналитическим способом с помощью физического эксперимента;
* натурный эксперимент очень дорог;
* натурный эксперимент может нарушить ход производственного процесса или порядок работы фирмы;
* составной частью системы являются люди ( люди будут чувствовать, что за ними наблюдают, вследствие чего могут изменить свое поведение);
* оказывается сложным поддержание одних и тех же рабочих условий при каждом повторном эксперименте или в течении всего времени проведения серии экспериментов;
* при экспериментировании с реальными системами может оказаться невозможным исследование многих альтернативных вариантов.

Благодаря своей простоте идея имитационного моделирования интуитивно привлекательна и для исследователей и для руководителей. И хотя ученые и специалисты с высокой математической подготовкой имитационный подход представляют грубым силовым приемом или последним средством в то же время этот метод является самым распространенным инструментом в руках ученого и специалиста занимающихся проблемами управления и исследования операций. Так среди методов наиболее часто используемых во внутрифирменном планировании в США уже в 1970 г. всех чаще использовался метод имитационного моделирования - 29%. Затем линейное программирование - 21%; сетевые методы - 14% и на последнем месте - теория массового обслуживания - 3%.

Однако следует отметить недостатки имитационного моделирования.

1. Разработка эффективной имитационной модели часто обходится дорого и требует много времени. Так даже для малой фирмы создание имитационной модели эффективного функционирования может потребоваться более трех лет. Кроме того, требуются высококвалифицированные специалисты.
2. Полученная имитационная модель может оказаться не адекватной, т.е. она может не отражать реальный ход процесса или событий.
3. Имитационная модель, если говорить о её корректности, то она в принципе не точна и нет способов измерить степень её точности. Хотя частично степень точности может быть получена в результате анализа чувствительности модели к изменению определенных параметров.

Приведенные соображения показывают, что не смотря на широкое применение имитационного моделирования для решения сложных задач, этот метод не является панацеей для решения всех проблем управления. Имитационное моделирование может принести пользу, если исследователь наделен изобретательностью, интуицией и находчивостью.

# Генераторы случайных чисел

Все процессы в мире происходят либо по воле случая, либо же по заранее предусмотренному плану или закономерности.

Фактически в любой сфере нашей жизни мы используем случайные числа. Подкидывая монетку, играя в покер или лотерею, придумывая числовой пароль, или же создавая игру, вы используете случайные числа или специально придуманный генератор случайных чисел.

Генератор случайных чисел (ГСЧ) – это алгоритм, который генерирует практически независимые друг от друга числа в последовательность. Объединяет их разве что заданное распределение.

Работа ГСЧ зависит от заранее написанного алгоритма. Исходя из этого, можно говорить о псевдослучайности этих чисел. Поэтому бытует выражение, что в нашем мире ничто не случайно, каким бы случайным оно не казалось Согласно всем научным статьям, генератор случайных чисел имеет более правильное название – генератор псевдослучайных чисел. Просто для удобства использование слова "псевдо" опускается.

Фактически все алгоритмы ГСЧ сильно зависят от языка программирования и вычислительной платформы.

Принцип работы всех видов генераторов достаточно простой – применяется внутренняя функция, которая выбирает случайные значения в пределах установленного диапазона.

Очень часто сейчас генераторы случайных чисел используются в онлайн-покеррумах. При этом большинство владельцев таких сайтов стараются предоставить алгоритм и сертификат ГСЧ (дабы удостоверить участников, что подставы нет).

Но есть ещё одна сфера деятельности, где используются такие алгоритмы – криптография. Для создания абсолютно новых и недоступных паролей и ещё целого множества функций генераторы случайных чисел предназначены как нельзя кстати. Конечно, существуют риски понять алгоритм и вычислить комбинацию, но это практически невозможно даже для самого опытного хакера.

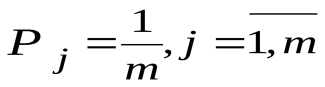
Но это ни к чему простому, среднестатистическому жителю нашей планеты. Чаще генератором пользуются для ставок в лотереях, вдруг там такой же алгоритм, вдруг совпадёт. Вероятность очень мала, но надежда как говорится, умирает последней.

# Проверка качества квазиравномерной последовательности псевдослучайных чисел

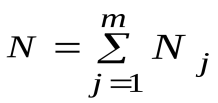
Эффективность моделирования на ЭВМ существенно зависит от качества исходных последовательностей псевдослучайных чисел. Поэтому, прежде чем приступить к реализации моделирующих алгоритмов на ЭВМ, необходимо выполнить тестирование случайных чисел, которое включает в себя проверку равномерности, проверку стохастичности и проверку независимости.

## 1. Проверка равномерности

выполняется по гистограмме. Для проверки выдвигается гипотеза о равномерности распределения чисел в интервале (0, 1). Затем этот интервал разбивается на *т* равных частей. Это означает, что при генерации последовательности { *xi* } каждое из чисел *xi* с вероятностью



попадет в один из частей интервала. Всего в каждый *j*-ый подинтервал попадет *Nj* чисел, причем общее количество чисел:

.

Относительная частота попадания случайных чисел в каждый из подинтервалов равна *Nj*/ *N*. На рисунке 3.1 показан пример гистограммы.

Пунктирная линия соответствует теоретическому значению *Рj*, а сплошная — экспериментальному *Nj*/ *N*. Очевидно, что при большом *N* экспериментальная гистограмма приблизится к теоретической. Оценка степени приближения.

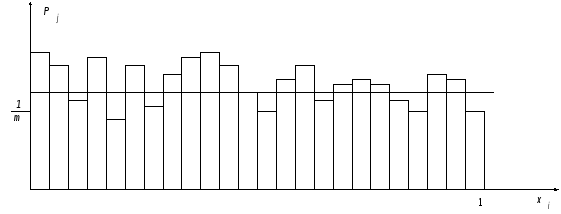


Рис. 3.1. Гистограмма

может быть проведена с использованием критериев согласия (Колмогорова, Пирсона, Стьюдента, Фишера и т.п.). На практике обычно принимается *т* = 20 ÷ 50, *N* = (102 ÷ 103) *т*.

# Проверка стохастичности

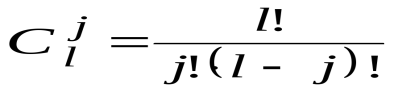
Среди наиболее часто используемых тестов являются *интервальный тест* и *автокорреляционные тесты*.

*Интервальный тест* проводится методами комбинаций и серий. Сущность метода комбинаций сводится к определению закона распределения длин участков между единицами (нулями) или закона распределения появления числа единиц (нулей) в *п*-разрядном двоичном числе *хi*. На практике длину последовательности *N* берут достаточно большой и проверяют все *п* разрядов или только *l* старших разрядов числа *хi*.

Теоретически закон появления *j* единиц в *l* разрядах двоичного числа *хi* описывается биноминальным законом распределения:

*P* ( *j,l* ) = *Cl j P l*(1),

где *P* ( *j,l* ) — вероятность появления *j* единиц в *l* разрядах числа *хi*, *Р* (1) = =*Р* (0) = 0.5 — вероятность появления единицы (нуля) в любом разряде числа *хi*; https://studfiles.net/html/1334/288/html_25DZ4PAfhL.mTuL/img-F0ULib.png⎯ количество комбинаций появления единиц (нулей) в *l* разрядах:

.

Тогда, если выбрать длину выборки *N* фиксированной, то теоретически ожидаемое число появления случайных чисел *хi* с *j* единицами в проверяемых https://studfiles.net/html/1334/288/html_25DZ4PAfhL.mTuL/img-ZYUSvL.pngразрядах будет равна

η*j* = *N Cl j P l* (1) .

После нахождения теоретических и экспериментальных вероятностей *P*(*j,l*) или чисел *ηj* при различных значениях *l* ≤ *n* гипотеза о стохастичности проверяется с использованием критерия согласия.

# Список используемой литературы:

# Булашев С.В Статистика для трейдеров. -М.: Компания Спутник , 2003. - 245с.

# Боев, В. Д. Имитационное моделирование систем : учеб. пособие для прикладного бакалавриата / В. Д. Боев. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 253 с. — (Серия : Бакалавр. Прикладной курс).

# Акопов, А.С. Имитационное моделирование: Учебник и практикум для академического бакалавриата / А.С. Акопов. - Люберцы: Юрайт, 2016. - 389 c.

# Введение в математическое моделирование: учеб. пособие для вузов/ под ред. П.В.Тарасова. М.: Интермет Инжиниринг, 2000. 200 с.

# Советов Б.Я. Моделирование систем : учеб. для вузов / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. 2-е изд. М.: Высшая школа, 1998. 319 с.

# Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука / Р. Шеннон. М.: Мир, 1978. 308 с.